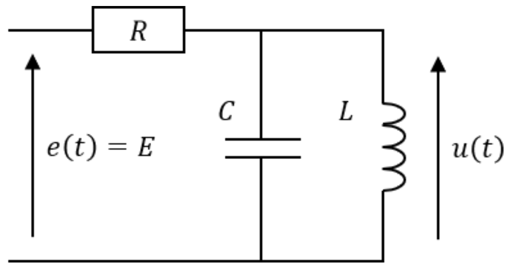
[E] TP n°6 – Circuit RLC

Dans ce TP nous allons étudier, à travers le circuit RLC, le comportement d'un oscillateur soumis à une excitation constante (partie I) et soumis à une excitation sinusoïdale (partie II).

I) Étude du régime transitoire

1) Théorie

L'inconvénient d'un circuit RLC série vu en cours est qu'il est difficile d'obtenir un fort facteur de qualité. En effet, pour ce circuit : $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$. Il faudrait donc choisir une faible valeur de R, ce qui est impossible en pratique car il y a toujours la résistance interne du GBF qui impose une résistance minimale au circuit $R_{\text{GBF}} = 50\ \Omega$.



Nous allons étudier le circuit ci-contre, qui a l'avantage d'avoir un facteur de qualité proportionnel à R. Avec ce circuit, il suffit donc de prendre une forte valeur de résistance pour avoir un fort facteur de qualité. On peut montrer que :

$$\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\,\frac{du}{dt} + \omega_0^2\,u(t) = 0 \quad \text{avec :} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{et} \quad Q = R\,\sqrt{\frac{C}{L}}$$

On pose également :

$$\lambda = \frac{\omega_0}{2Q} \quad \text{et} \quad \Omega = \omega_0\,\sqrt{\left|1 - \frac{1}{4Q^2}\right|}$$

2) Observations des différents régimes

- Réaliser le circuit RLC. Choisir $L \simeq 100$ mH, $R = 10$ kΩ et $C = 1$ µF. Appliquer une tension créneau de 50 Hz qui varie de 0 à 10 V. Observer à l'oscilloscope la tension aux bornes du générateur sur la voie CH1 et aux bornes de la résistance sur la voie CH2. Régler le trigger sur la voie CH1 et afficher à l'écran uniquement la voie CH2 (masquer la voie CH1).

Les valeurs de C et R des boîtes à décades sont fiables. En revanche, l'inductance indiquée sur la bobine très approximatives. Nous allons donc chercher à déterminer sa valeur.

- Justifier que $\Omega \simeq \omega_0$. Mesurer la pseudo-période T à l'oscilloscope puis en déduire la valeur de L.

- Déterminer la valeur de Q. On n'oubliera pas que le GBF possède une résistance interne. Vérifier que la valeur de Q correspond approximativement au nombre d'oscillations visibles.

- Déterminer la valeur de R correspondant au régime critique (C et L restant inchangés).

- Diminuer progressivement R de manière à observer le régime critique puis le régime apériodique. Vérifier que le temps caractéristique du régime transitoire τ est minimal lors du régime critique.

II) Étude du régime sinusoïdal forcé

1) Théorie

On étudie le circuit en régime sinusoïdal forcé. Pour cela, on impose une tension :

$$e(t) = E\,\cos(\omega t)$$

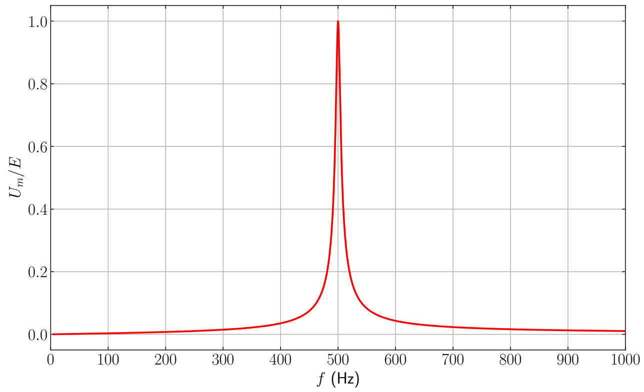
On peut montrer que :

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \phi) \quad \text{avec :} \quad U_m = \frac{E}{\sqrt{1 + Q^2 \left(x - \dfrac{1}{x}\right)^2}} \quad \text{et} \quad \tan(\phi) = -Q\left(x - \frac{1}{x}\right) \quad \text{avec :} \quad x = \frac{\omega}{\omega_0}$$

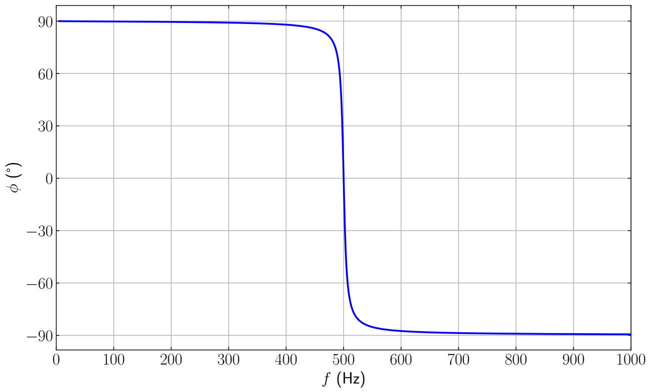
On constate ainsi que $U_m(x)$ passe par un maximum lorsque $x = 1$, c'est-à-dire lorsque $\omega = \omega_0$. C'est une résonance en tension aux bornes du dipôle LC.

Graphes :

Amplitude $U_m(f)/E$



Amplitude $\phi(f)$



À l'aide des mesures faites précédemment, déterminer la fréquence de résonance théorique $f_{\text{res}}^{\text{théo}}$. Attention à ne pas confondre fréquence et pulsation.

2) Premières observations

Reprendre une résistance $R = 10$ kΩ. Appliquer une tension sinusoïdale d'amplitude $E = 10$ V et sans tension d'offset. Afficher les voies CH1 et CH2 sur l'oscilloscope.

Rappels :

$$\cos\left(x + \frac{\phi}{2}\right) = -\sin(x) \quad \text{et} \quad \cos\left(x - \frac{\phi}{2}\right) = \sin(x)$$

Observer qu'en basses fréquences, $U_m \to 0$ et $\phi \to \pi/2$.

Observer qu'en hautes fréquences, $U_m \to 0$ et $\phi \to -\pi/2$.

Observer qu'il existe une fréquence où $U_m \to E$ et $\phi \to 0$.

3) Mesure de la fréquence de résonance

Afin de mesurer précisément la résonance, nous allons utiliser la **méthode de Lissajous** décrire ci-dessous. Soit deux fonctions fonctions sinusoïdales de même fréquence, mais d'amplitude et de phase différentes.

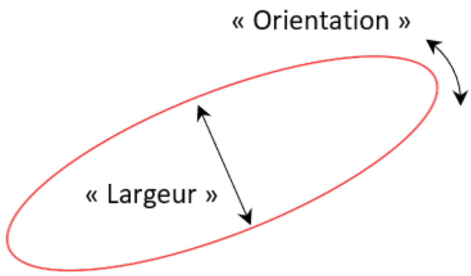
$$e(t) = E \cos(\omega t) \quad \text{et} \quad u(t) = U_m \cos(\omega t + \phi)$$

Alors on admet que la courbe $u(e)$ est une ellipse centrée sur l'origine. L'orientation et la « largeur » de l'ellipse dépendent de ϕ.

En particulier, lorsque $\phi = 0$, on observe une droite de pente positive (la « largeur » de l'ellipse est nulle). En effet :

$$e(t) = E \cos(\omega t) \quad \text{et} \quad u(t) = U_m \cos(\omega t) \quad \Rightarrow \quad \boxed{u(t) = \frac{U_m}{E} \times e(t)}$$

Ainsi, lorsque l'on trace $u(t)$ en fonction de $e(t)$, on obtient une ellipse dont l'orientation et la « largeur » dépendent de ϕ, donc de f. En



particulier, au niveau de la résonance, $\phi = 0$: l'ellipse devient une droite de pente positive. Nous allons exploiter cette propriété pour déterminer précisément la valeur de la fréquence de résonance. Cette méthode, dite de Lissajous, permet de déterminer lorsque deux signaux sont en phase avec une très grande précision.

- Appuyer sur « Affichage » et passer en mode « XY ». Ce mode permet de tracer Y (la voie CH2) en fonction de X (la voie CH1).

- Vérifier que l'on observe bien une ellipse. Faire varier f afin de faire varier ϕ, dans le but d'observer la modification de la forme et de la « largeur » de l'ellipse.

- Faire varier f de sorte à observer une droite de pente positive. Lorsque l'ellipse devient trop aplatie, zoomer sur son centre afin de gagner en précision de lecture. Continuer d'ajuster f de plus en plus finement et de zoomer sur le centre de l'ellipse, dans le but de déterminer la fréquence de résonance $f_{\text{res}}^{\text{exp}}$ le plus précisément possible.

- Comparer qualitativement $f_{\text{res}}^{\text{théo}}$ et $f_{\text{res}}^{\text{exp}}$. Quel est selon vous la valeur la plus précise ?

4) Fréquences de coupure

On appelle fréquence de coupure f_c la ou les fréquences telles que :

$$U_m(x_c) = \frac{\max(U_m(x))}{\sqrt{2}} \quad \text{avec :} \quad x = \frac{f}{f_0}$$

- Mesurer l'amplitude de $u(t)$ à la fréquence de résonance. Faire varier la fréquence (deux mesures à faire, une côté hautes fréquences et une côté basses fréquences) jusqu'à mesurer une amplitude réduite d'un facteur $\sqrt{2}$. Noter les deux fréquences de coupures f_{c1} et f_{c2} trouvées.

Il est possible de montrer que :

$$\Delta f_c = \frac{f_0}{Q}$$

- Cette relation est-elle vérifiée expérimentalement ? Commenter.